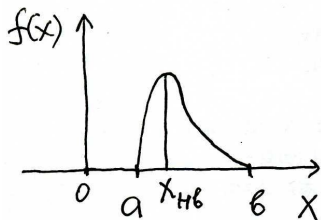


Раздел VI. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА.

Глава 2. Распределения Максвелла.

1. Функция распределения случайной величины.

Пусть есть случайная величина x , которая может принимать любые значения из интервала $[a, b]$.



Функция распределения случайной $f(x)$ – это такая функция, что: $dP = f(x_0)dx$

где dP – вероятность того, что случайная величина при изменении окажется в интервале $x_0 \div x_0 + dx$

Из вероятностного смысла $f(x)$ следует:

$$f(x) \geq 0$$

$$\int_a^b f(x)dx = 1$$

С помощью функции распределения можно рассчитать различные средние значения случайной величины:

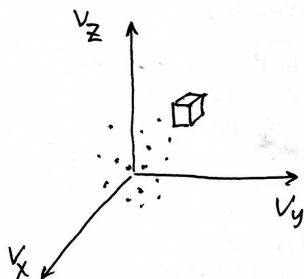
$$x_{\text{ср}} = \langle x \rangle = \int_a^b x f(x) dx \quad - \text{среднее значение.}$$

$$\langle x^2 \rangle = \int_a^b x^2 f(x) dx; \quad \langle x^n \rangle = \int_a^b x^n f(x) dx$$

$$x_{\text{ск}} = \sqrt{\langle x^2 \rangle} \quad - \text{среднеквадратичное значение.}$$

$$\frac{df}{dx} = 0 \Rightarrow x_{\text{нв}} \quad - \text{наиболее вероятное значение}$$

2. Основные положения, лежащие в основе распределений Максвелла.



В равновесном идеальном классическом газе:

а) В пространстве скоростей, изображающие точки молекул разбросаны сферически симметрично, т.к. все направления движения равноправны.

$$dP_{V_x V_y V_z} = f(v) dV_x dV_y dV_z$$

где $dP_{V_x V_y V_z}$ - вероятность того, что скорость молекулы

окажется в интервале $\bar{V} \div \bar{V} + d\bar{V}$

$$(V_x \div V_x + dV_x, V_y \div V_y + dV_y, V_z \div V_z + dV_z)$$

б) Вероятность различных значений одной из компонент скорости, например V_x не зависит от того, каковы величины других (V_y, V_z) =>

$$dP_{V_x} = \varphi(V_x) dV_x$$

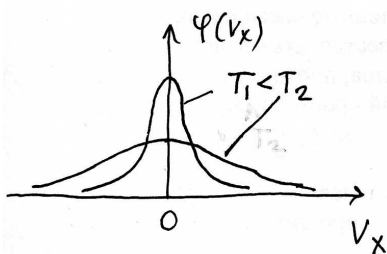
$$dP_{V_y} = \varphi(V_y) dV_y$$

$$dP_{V_z} = \varphi(V_z) dV_z$$

где dP_{V_x} - вероятность того, что V_x окажется в

интервале $V_x \div V_x + dV_x$

3. Распределение Максвелла для проекции скорости молекулы.



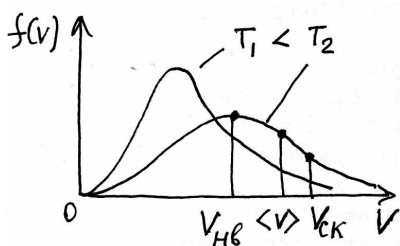
$$\varphi(V_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} e^{-\frac{mV_x^2}{2kT}}$$

$V_{x\text{ нв}} = 0$ m – масса молекулы.

$$V_{x\text{ ср}} = 0$$

$$V_{x\text{ ск}} = \sqrt{\frac{kT}{m}}$$

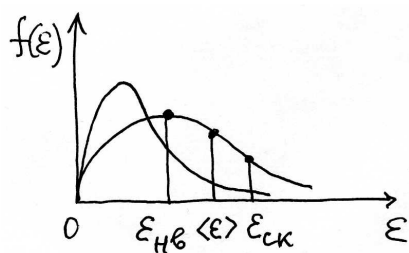
4. Распределение Максвелла для величины скорости молекулы.



$$F(V) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mV^2}{2kT}} 4\pi V^2$$

$$V_{\text{нв}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad V_{\text{ср}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad V_{\text{ск}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

5. Распределение Максвелла для кинетической энергии поступательного движения молекулы.



$$f(\varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}(kT)^{3/2}} \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}$$

$$E_{\text{нв}} = \frac{kT}{2} \quad E_{\text{ср}} = \frac{3kT}{2} \quad E_{\text{ск}} = \frac{\sqrt{15}kT}{2}$$

Вопросы:

1. Что такое функция распределения случайной величины?
2. Что такое наиболее вероятное, среднее и среднеквадратичное значения случайной величины?
3. Функция распределения Максвелла для проекции скорости молекулы.
4. Функция распределения Максвелла для величины скорости молекулы.
5. Функция распределения Максвелла для кинетической энергии поступательного движения молекулы.